

**SEGMENTATION DYNAMIQUE ASSISTEE  
PAR L'UTILISATEUR**



# SEGMENTATION DYNAMIQUE ASSISTÉE PAR L'UTILISATEUR

*MOREL Baptiste*



Université du Québec

**Institut national de la recherche scientifique**

INRS-Télécommunications

16, place du Commerce, Verdun

Québec, Canada, H3E 1H6

Décembre 1998

Rapport technique de l'INRS-Télécommunications no. 98-16



Je tiens à remercier ici Pr. Janusz Konrad, responsable du groupe «Communications Visuelles» à l'INRS, qui a proposé ce stage et m'a fait confiance, M. Abdol-Reza Mansouri pour son aide précieuse, et, d'une manière générale, l'ensemble des membres du groupe pour leur amitié.



## Résumé

Le présent rapport a pour but de déterminer un algorithme robuste d'ajustement de contours déformables aux contours des objets d'intérêt d'une image. Cette segmentation semi-automatique, puisque l'utilisateur est amené à tracer un contour approximatif de la région désirée pour servir de point de départ à l'algorithme, trouve pleinement sa place dans les travaux actuellement effectués au sein de l'INRS.

Après s'être entendu sur le type de segmentation à effectuer, nous recherchons d'abord, par une approche intuitive, à poser mathématiquement le problème et à développer les conditions nécessaires à sa résolution. Ensuite nous étudions avec soin les différentes méthodes de résolution numériques afin de choisir la plus robuste. Enfin nous en étudions les résultats, ainsi que l'influence du choix de la valeur des paramètres.





# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Les conditions nécessaires d'Euler-Lagrange</b>	<b>1</b>
2.1	Positionnement du problème . . . . .	1
2.2	Conditions d'Euler-Lagrange . . . . .	3
2.3	Applications des équations au cas du snake . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Résolution numérique</b>	<b>4</b>
3.1	Méthode des différences finies . . . . .	5
3.2	Le spline cubique périodique . . . . .	5
3.3	Méthode des éléments finis . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Applications pratiques</b>	<b>8</b>
4.1	Aide de l'utilisateur . . . . .	8
4.2	Résultats . . . . .	9
4.3	Applications . . . . .	10



## Table des figures

1	image-test. . . . .	8
2	Sélection de points et fonction interpolatrice. . . . .	9
3	Snake relativement rigide ( $\lambda \sim 10$ ). . . . .	9
4	Snake trop lâche ( $\lambda \ll 1$ ). . . . .	10
5	Influence du paramètre $\alpha\Delta t$ . . . . .	10
6	Vue de gauche test. . . . .	11
7	Construction de l'image de droite à partir de la seule vue de gauche. . . . .	11



## 1 Introduction

La segmentation, ou détermination des régions d'intérêt d'une image, peut être effectuée de diverses façons, en se basant sur différents critères : l'intensité de l'image, le mouvement entre des images d'une trame ou simplement l'appréciation personnelle de l'utilisateur. Toutes ont besoin d'une extrême précision pour définir avec soin le bon contour d'un objet. La recherche des zones d'intérêt se fera ici en considérant les différences d'intensité des divers pixels de l'image.

On peut de même définir plusieurs type de segmentation. Une segmentation dense nécessitera individuellement le marquage de l'appartenance d'un pixel à une région, alors qu'une segmentation par des contours se limitera à la donnée des frontières des régions ainsi que d'un point, intérieur ou extérieur. C'est de cette deuxième définition dont il est question ici par l'étude des contours déformables devant s'adapter aux frontières des objets d'une image.

Les équations des sections 2.3, 3.2 et 3.3 ont été développées à l'INRS-Télécommunications par M.Abdol-Reza Mansouri, dans le cadre d'un travail de conversion 2D-3D, et mises à la disposition de l'auteur [1].

## 2 Les conditions nécessaires d'Euler-Lagrange

On s'intéresse ici au problème des contours déformables (snake) ou l'adaptation dynamique d'un contour initial à une frontière d'intérêt. On cherche tout d'abord à définir les conditions nécessaires s'appliquant au contour pour qu'il puisse répondre au problème.

### 2.1 Positionnement du problème

**Un modèle physique.** Il réside dans l'analogie que l'on peut faire entre un contour déformable et un élastique soumis à des forces externes et internes. Considérons notre contour ou élastique défini par sa représentation paramétrique  $\overrightarrow{\gamma}(s)$ , fonction de l'abscisse curviligne  $s \in [0, 1]$  et à valeurs dans  $\mathbf{R}^2$ .

Or la fonction qui caractérise le contour des objets d'intérêt est  $\|\nabla I\|$ , le gradient d'intensité de l'image. En effet celui-ci devient très important près des bords d'un objet où le contraste avec le reste de l'image est fort et moins important à l'intérieur vu que les pixels y sont d'intensité sensiblement équivalente ou tout du moins sans transition brusque. Cela revient physiquement à considérer l'énergie relative aux forces d'attraction qui s'exercent sur notre élastique et qui le pousse à épouser les contours des objets. Le problème revient à maximiser

$$\int_0^1 \|\nabla I(\overrightarrow{\gamma}(s))\| ds$$

Seulement ce terme ne suffit pas, à lui seul, à désigner une solution unique et acceptable pour le problème. Par exemple, un contour répétant plusieurs fois la bonne frontière ne peut être considéré comme une solution acceptable et pourtant il répond de manière optimale au critère ci-dessus. Il faut donc tenir compte de la régularité des contours, ce qui correspond à des forces de rigidité internes à l'élastique. On considère alors, par convention, qu'un contour est d'autant plus régulier que sa longueur totale est petite. Cela privilégie donc les contours courts. Avec les notations adoptées, on cherche, pour ces contraintes, à minimiser le terme

$$\int_0^1 \|\dot{\overrightarrow{\gamma}}(s)\| ds$$

En rassemblant les termes et en considérant les carrés des normes pour faciliter les calculs ultérieurs, le problème revient à

$$\text{Trouver } \overrightarrow{\gamma}(s) \text{ qui minimise } \int_0^1 ( - \|\nabla I(\overrightarrow{\gamma}(s))\|^2 + \lambda \|\dot{\overrightarrow{\gamma}}(s)\|^2 ) ds \quad (1)$$

**Un modèle probabiliste.** Selon une définition probabiliste, la détermination du contour frontière s'énonce : chercher  $\vec{\gamma}$ ,  $[0 \ 1] \rightarrow \mathbf{R}^2$ , qui maximise la probabilité a posteriori  $P(\vec{\gamma}/I)$  (la probabilité que le contour considéré, connaissant l'image, soit la frontière).

La formule de Bayes donne :

$$P(\vec{\gamma}/I) = \frac{P(I / \vec{\gamma}) \cdot P(\vec{\gamma})}{P(I)}$$

Puisque l'image est connue et fixe, maximiser  $P(\vec{\gamma}/I)$  revient à maximiser  $P(I / \vec{\gamma}) \cdot P(\vec{\gamma})$ , produit de la vraisemblance par la probabilité d'apparition de la courbe considérée, ou encore à minimiser  $-\log(P(I / \vec{\gamma})) - \log(P(\vec{\gamma}))$ . On a choisi d'effectuer notre ajustement de contours en se fiant aux indications d'intensité. La vraisemblance s'écrit alors :

$$P(I / \vec{\gamma}) = \frac{\exp(\int_0^1 \|\nabla I(\overrightarrow{\gamma}(s))\|^2 ds)}{Z_1}$$

où  $Z_1$  est une constante de normalisation. Pour la probabilité d'apparition d'une courbe, on doit choisir un modèle pertinent. Il faut pénaliser les courbes longues et tortueuses et celles qui reviennent sur elle-même. Pour les éviter, on adopte :

$$P(\vec{\gamma}) = \frac{\exp(-\lambda \int_0^1 \|\dot{\overrightarrow{\gamma}}(s)\|^2 ds)}{Z_2}$$

avec encore  $Z_2$  constante de normalisation. Finalement, on trouve que le problème revient à

$$\text{Trouver } \overrightarrow{\gamma}(s) \text{ qui minimise } \int_0^1 ( - \|\nabla I(\overrightarrow{\gamma}(s))\|^2 + \lambda \|\dot{\overrightarrow{\gamma}}(s)\|^2 ) ds$$

## 2.2 Conditions d'Euler-Lagrange

D'après ce qui précède, le problème actuel s'énonce de manière générale :

$$\begin{aligned} \text{Trouver } f \in \mathcal{C}^2([0, 1]; \mathbf{R}) \text{ qui minimise } F : \mathcal{C}^2([0, 1]) \rightarrow \mathbf{R}, \\ \text{définie par } F(f) = \int_0^1 G(x, f, f', f'') dx \\ \text{avec en plus, } f(0) = \alpha, f(1) = \beta \\ f'(0) = \mu, f'(1) = \lambda \end{aligned} \quad (2)$$

Nous cherchons ici des conditions nécessaires sur  $f$  pour qu'elle soit un minimum de  $F$ . Supposons justement que  $f$  est un minimum de  $F$ , et considérons la fonction  $f_\epsilon$ , perturbation de la fonction minimale  $f$ , définie par

$$\begin{aligned} f_\epsilon &= f + \epsilon g \\ \text{avec } \epsilon &\text{ petit, } g \in \mathcal{C}^2([0, 1]; \mathbf{R}) \\ \text{et } g(1) &= g(0) = g'(1) = g'(0) = 0 \end{aligned}$$

Alors, avec un développement de Taylor,

$$\begin{aligned} F(f_\epsilon) &= \int_0^1 G(x, f + \epsilon g, f' + \epsilon g', f'' + \epsilon g'') dx \\ &= \int_0^1 \left[ G(x, f, f', f'') + \frac{\partial G}{\partial f} \epsilon g + \frac{\partial G}{\partial f'} \epsilon g' + \frac{\partial G}{\partial f''} \epsilon g'' + o(\epsilon) \right] dx \end{aligned}$$

Soit,

$$F(f_\epsilon) = F(f) + \int_0^1 \frac{\partial G}{\partial f} \epsilon g dx + \int_0^1 \frac{\partial G}{\partial f'} \epsilon g' dx + \int_0^1 \frac{\partial G}{\partial f''} \epsilon g'' dx + o(\epsilon) \quad (3)$$

Intégrons par partie le troisième terme de cette dernière égalité, il vient

$$\int_0^1 \frac{\partial G}{\partial f''} g' dx = \left[ g \frac{\partial G}{\partial f'} \right]_0^1 - \int_0^1 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial G}{\partial f'} \right) g dx = - \int_0^1 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial G}{\partial f'} \right) g dx$$

car  $g(0) = g(1) = 0$ . En appliquant cette méthode de simplification à l'équation (3), on obtient finalement :

$$F(f_\epsilon) = F(f) + \epsilon \int_0^1 g \left[ \frac{\partial G}{\partial f} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial G}{\partial f'} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial G}{\partial f''} \right) \right] dx \quad (4)$$

$f$  est par définition un extrémum de  $F$ , ce qui implique que

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\epsilon} (F(f + \epsilon g))|_{\epsilon=0} &= 0 \\ \Leftrightarrow \int_0^1 g \left[ \frac{\partial G}{\partial f} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial G}{\partial f'} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial G}{\partial f''} \right) \right] dx &= 0 \end{aligned}$$

Or cette égalité est vraie pour toute fonction  $g$  infiniment continuellement dérivable sur le segment  $]0, 1[$  qui vérifie les conditions limites en 0 et 1. Cet ensemble de fonctions est dense dans l'ensemble des fonctions intégrables sur  $[0, 1]$  vérifiant les conditions aux limites et on en déduit donc que

$$\frac{\partial G}{\partial f} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial G}{\partial f'} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial G}{\partial f''} \right) = 0 \quad (5)$$

L'équation (5) constitue la condition nécessaire, dite d'Euler-Lagrange, pour un extrémum.

### 2.3 Applications des équations au cas du snake

Revenons au problème particulier des contours déformables en combinant les équations (1) et (5). Décomposons préalablement notre contour  $\overrightarrow{\gamma(s)}$  en ses composantes réelles  $(X(s), Y(s))$  et notons  $I_x$  la dérivée de  $I$  par rapport à  $x$ . (1) s'écrit alors,

$$\text{minimiser} \quad - \int_0^1 \left[ I_x(X(s), Y(s))^2 + I_y(X(s), Y(s))^2 \right] ds + \lambda \int_0^1 \left[ \dot{X}(s)^2 + \dot{Y}(s)^2 \right] ds$$

En appliquant la condition nécessaire d'Euler-Lagrange à chacune des composantes réelles de  $\overrightarrow{\gamma(s)}$ , on obtient un système de condition

$$\begin{cases} -2I_{xx}(X, Y)I_y(X, Y) - 2I_{xy}(X, Y)I_y(X, Y) - \frac{d}{ds}(2\lambda\dot{X}(s)) = 0 \\ -2I_{yx}(X, Y)I_x(X, Y) - 2I_{yy}(X, Y)I_y(X, Y) - \frac{d}{ds}(2\lambda\dot{Y}(s)) = 0 \end{cases}$$

Soit, plus simplement,

$$\begin{cases} I_{xx}I_y + I_{xy}I_y + \lambda\ddot{X} = 0 \\ I_{yx}I_x + I_{yy}I_y + \lambda\ddot{Y} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

C'est ce système d'équation, (6) qui est à la base de la résolution numérique du problème.

## 3 Résolution numérique

Toute résolution numérique nécessite une discrétisation. Ici, le contour est modélisé par une suite de points, obtenus par subdivision en  $N$  intervalles de l'intervalle  $[0, 1]$  et échantillonnage aux points de subdivision. On est donc en présence d'une suite de

points  $\left( \overrightarrow{\gamma}(s_i = \frac{i}{N}) \right)_{i \in \{0, \dots, N\}}$  initialisée proche de la frontière de l'objet et mobile. On examine ici deux algorithmes ajustant ces points sur le contour de la zone d'intérêt.



### 3.1 Méthode des différences finies

On considère donc la suite de points  $\left(\vec{\gamma}_i = (X_i, Y_i)\right)_{i \in \{0, \dots, N\}}$  résultante de l'échantillonnage régulier du contour  $\left(\vec{\gamma}(s)\right)_{s \in [0,1]}$ . Alors,

$$\begin{aligned}\dot{X}_k &= N(X_{k+1} - X_k) \\ \ddot{X}_k &= N^2(X_{k+1} - 2X_k + X_{k-1})\end{aligned}$$

(6) devient, pour la composante  $X$

$$I_{xx}(X_k, Y_k)I_x(X_k, Y_k) + I_{xy}(X_k, Y_k)I_y(X_k, Y_k) + \lambda N^2(X_{k+1} - 2X_k + X_{k-1}) = 0 \quad (7)$$

On en déduit une itération qui nous donne,  $\forall k \in \{0, \dots, N\}$ , une suite  $\left(X_k^n\right)_{n \in \mathbb{N}}$  que l'on espère convergente. La limite,  $X_k$ , doit satisfaire (7). Cette construction s'opère comme suit.

$$I_{xx}(X_k^n, Y_k^n)I_x(X_k^n, Y_k^n) + I_{xy}(X_k^n, Y_k^n)I_y(X_k^n, Y_k^n) + \lambda N^2(X_{k+1}^n - 2X_k^n + X_{k-1}^n) = 0$$

d'où,

$$X_k^{n+1} = \frac{1}{2\lambda N^2} \left[ I_{xx}(X_k^n, Y_k^n)I_x(X_k^n, Y_k^n) + I_{xy}(X_k^n, Y_k^n)I_y(X_k^n, Y_k^n) + \lambda N^2(X_{k+1}^n + X_{k-1}^n) \right]$$

et de même,

$$Y_k^{n+1} = \frac{1}{2\lambda N^2} \left[ I_{yx}(X_k^n, Y_k^n)I_x(X_k^n, Y_k^n) + I_{yy}(X_k^n, Y_k^n)I_y(X_k^n, Y_k^n) + \lambda N^2(Y_{k+1}^n + Y_{k-1}^n) \right]$$

Soit, globalement

$$\vec{\gamma}_k^{n+1} = \frac{1}{2\lambda N^2} \left[ \begin{pmatrix} I_{xx}(\vec{\gamma}_k^n) & I_{xy}(\vec{\gamma}_k^n) \\ I_{yx}(\vec{\gamma}_k^n) & I_{yy}(\vec{\gamma}_k^n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_x(\vec{\gamma}_k^n) \\ I_y(\vec{\gamma}_k^n) \end{pmatrix} + \lambda N^2(\vec{\gamma}_{k+1}^n + \vec{\gamma}_{k-1}^n) \right]$$

Le problème de cette méthode réside dans l'estimation de la dérivée. Pour que celle-ci soit acceptable, il faut choisir  $N$  grand pour avoir un petit pas, d'où un grand nombre de points. On préférera donc une méthode plus robuste utilisant une meilleure estimée de la dérivée en utilisant sur chaque intervalle (i.e entre 2 points d'échantillonnage) une fonction interpolatrice, dont on connaît exactement la première dérivée aux points échantillons, comme le spline cubique périodique.

### 3.2 Le spline cubique périodique

La fonction interpolatrice sur intervalle considérée ici est le spline cubique périodique. Périodique, car on introduit un  $N + 1^{\text{ième}}$  point, fictif, confondu avec

$\vec{\gamma}_0 = (X_0, Y_0)$  et cubique puisqu'il s'agit d'une fonction polynomiale du 3<sup>ième</sup> degré par morceaux. On a donc  $N$  fonctions  $\tilde{X}_i, i \in \{0 \dots N - 1\}$ , définies par

$$\forall s \in [s_i, s_{i+1}[ \quad \tilde{X}_i(s) = a_i(s - s_i)^3 + b_i(s - s_i)^2 + c_i(s - s_i) + d_i \quad (8)$$

où  $a_i, b_i, c_i$  représentent respectivement la valeur de la dérivée troisième, seconde et première en  $s = s_i$ . Evidemment, on veut que  $\tilde{X}_i(s)$  corresponde, en  $s = s_i$ , à  $X_i$ , d'où

$$\forall i \in \{0, \dots, N - 1\} \quad \tilde{X}_i(s)|_{s=s_i} = X_i \Rightarrow \forall i \quad d_i = X_i$$

Il reste  $3N$  paramètres inconnus. Le problème est donc sous-déterminé et il existe une infinité de solutions. Il faut imposer des contraintes supplémentaires pour arriver à une solution unique calculable. On choisit

$$\forall i \in \{0, \dots, N - 1\} \quad \begin{cases} \tilde{X}_i(s_{i+1}) = \tilde{X}_{i+1}(s_{i+1}) \\ \tilde{X}'_i(s_{i+1}) = \tilde{X}'_{i+1}(s_{i+1}) \\ \tilde{X}''_i(s_{i+1}) = \tilde{X}''_{i+1}(s_{i+1}) \end{cases}$$

Ce qui donne,  $\forall i$ ,

$$\begin{cases} a_i(s - s_i)^3 + b_i(s - s_i)^2 + c_i(s - s_i) + X_i = X_{i+1} \\ 3a_i(s - s_i)^2 + 2b_i(s - s_i) + c_i = c_{i+1} \\ 6a_i(s - s_i) + 2b_i = 2b_{i+1} \end{cases}$$

On décide, pour simplifier ici l'écriture sans changer le principe des calculs, que  $\forall i \in \{0, \dots, N - 1\} \quad s_{i+1} - s_i = 1$ . Comme la résolution du système doit se faire simultanément sur l'indice  $i$ , on adopte une écriture vectorielle, en posant :

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 1 & & & \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & \ddots & 1 \\ 1 & & & & -1 \end{pmatrix} \text{ et, par exemple, } \vec{a} = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{N-1} \end{pmatrix}$$

On obtient alors

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{a}_x = \frac{1}{3} M \vec{b}_x \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & & & \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & \ddots & 1 \\ 1 & & & & 1 \end{pmatrix} \vec{b}_x = M \vec{c}_x \\ \vec{a}_x + \vec{b}_x + \vec{c}_x = M \vec{X} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{a}_y = \frac{1}{3} M \vec{b}_y \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & & & \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & \ddots & 1 \\ 1 & & & & 1 \end{pmatrix} \vec{b}_y = M \vec{c}_y \\ \vec{a}_y + \vec{b}_y + \vec{c}_y = M \vec{Y} \end{array} \right.$$

Soit, pour chaque composante, un système linéaire de 3 équations à 3 inconnues, que l'on résout facilement.

### 3.3 Méthode des éléments finis

Revenons au problème (2), où on introduit une dépendance temporelle pour la fonction :  $f(x, t) : [0, 1] \times \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$ . On cherche à adapter le contour  $f(x, 0)$  à la frontière véritable qu'on espère être  $f(x, \infty)$ . On suppose  $f$  solution de

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\alpha \left[ \frac{\partial G}{\partial f} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial G}{\partial f'} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial G}{\partial f''} \right) \right] \quad (9)$$

avec  $\alpha > 0$ . Ce choix est motivé par la condition nécessaire d'Euler-Lagrange (5). En effet, si  $f$  est effectivement la frontière de l'objet, alors  $\frac{\partial f}{\partial t} = 0$  et  $f$  reste inchangée par l'algorithme. On a alors,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} F(f(x, t)) &= \frac{\partial}{\partial t} \int_0^1 G(x, f, f', f'') dx \\ &= \int_0^1 \frac{\partial G}{\partial f} \frac{\partial f}{\partial t} dx + \int_0^1 \frac{\partial G}{\partial f'} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right) dx + \int_0^1 \frac{\partial G}{\partial f''} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right) dx \end{aligned} \quad (10)$$

Intégrons par partie le second membre de cette dernière égalité, il vient :

$$\int_0^1 \frac{\partial G}{\partial f'} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right) dx = \left[ \frac{\partial G}{\partial f'} \frac{\partial f}{\partial t} \right]_0^1 - \int_0^1 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial G}{\partial f'} \right) \frac{\partial f}{\partial t} dx = - \int_0^1 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial G}{\partial f'} \right) \frac{\partial f}{\partial t} dx$$

car  $\frac{\partial f}{\partial t}|_{x=1} = \frac{\partial f}{\partial t}|_{x=0} = 0$ . En appliquant cette méthode de simplification à l'équation (10), on obtient finalement,

$$\frac{\partial}{\partial t} F(f(x, t)) = \int_0^1 \frac{\partial f}{\partial t} \left[ \frac{\partial G}{\partial f} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial G}{\partial f'} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial G}{\partial f''} \right) \right] dx$$

ce qui devient, d'après (9)

$$\frac{\partial}{\partial t} F(f(x, t)) = -\alpha \int_0^1 \left[ \frac{\partial G}{\partial f} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial G}{\partial f'} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial G}{\partial f''} \right) \right]^2 dx \leq 0$$

Ainsi, avec  $f$  solution de (9), on est sûr que  $f$  converge vers un minimum local de  $F$ . Dans le cas du snake, (9) devient, pour les deux composantes  $X(s, t)$  et  $Y(s, t)$ , vu l'expression de  $G$  :

$$\begin{cases} \frac{\partial X(s, t)}{\partial t} = -\alpha \left[ \frac{\partial G}{\partial X} - \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{\partial G}{\partial X'} \right) \right] \\ \frac{\partial Y(s, t)}{\partial t} = -\alpha \left[ \frac{\partial G}{\partial Y} - \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{\partial G}{\partial Y'} \right) \right] \end{cases}$$

Soit,

$$\begin{cases} \frac{\partial X(s, t)}{\partial t} = 2\alpha \left[ I_{xx} I_x + I_{xy} I_y + \lambda \ddot{X} \right] \\ \frac{\partial Y(s, t)}{\partial t} = 2\alpha \left[ I_{yx} I_x + I_{yy} I_y + \lambda \ddot{Y} \right] \end{cases}$$

D'où, pour une composante

$$\frac{X(s, t + \Delta t) - X(s, t)}{\Delta t} = 2\alpha \left[ I_{xx} I_x + I_{xy} I_y + \lambda \ddot{X} \right]$$

qui devient, avec les notations du paragraphe précédent :

$$\forall i \in \{0, \dots, N - 1\} \quad \begin{aligned} \tilde{X}_i(s_i, t + \Delta t) &= \tilde{X}_i(s_i, t) + 2\alpha\Delta t (I_{xx}I_x + I_{xy}I_y + \lambda b_{i,x}) \\ \tilde{Y}_i(s_i, t + \Delta t) &= \tilde{Y}_i(s_i, t) + 2\alpha\Delta t (I_{yx}I_x + I_{yy}I_y + \lambda b_{i,y}) \end{aligned}$$

C'est cette dernière équation qui détermine l'algorithme de convergence des points de contrôle du contour, défini comme spline cubique périodique à partir de ces points, vers la véritable frontière de la zone d'intérêt.

## 4 Applications pratiques

On se propose ici d'utiliser l'algorithme choisit précédent pour segmenter l'image (1) et détacher du fond pierreux le poisson vert.



FIG. 1 – *image-test*.

### 4.1 Aide de l'utilisateur

Suivant ce qui précède, l'utilisateur initialise le contour en sélectionnant un certain nombre de points qu'il considère proche de la frontière réelle, le contour étant interpolé par le spline cubique périodique, figure (2). Cependant, le gradient des images courantes peut ne pas être très marqué ou alors très chahuté en certains endroits des frontières des objets d'intérêt. En ces endroits, et comme l'algorithme converge vers un minimum local, il peut y avoir erreur de minimum de convergence. Il a donc été décidé de fixer certains points du spline à ces endroits. Il incombe alors à l'utilisateur de les placer avec le plus grand soin. Si on reprend la comparaison avec l'élastique, cela revient à le clouer en ces endroits et à le laisser ensuite évoluer librement autre part.

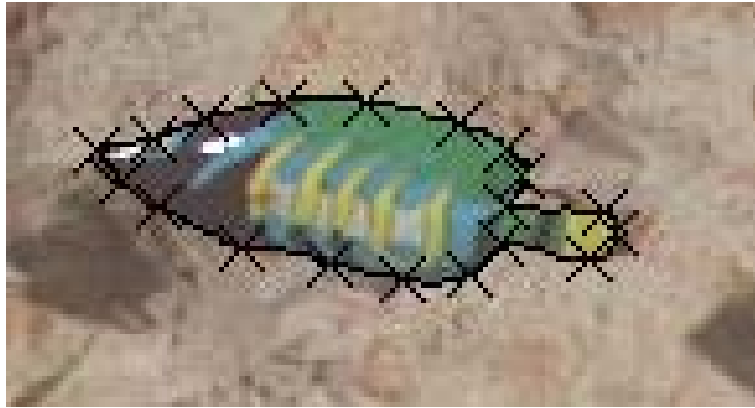


FIG. 2 – *Sélection de points et fonction interpolatrice.*

## 4.2 Résultats

Pour des raisons de visibilité, on propose l'affichage des résultats en utilisant une segmentation dense. Ceux-ci dépendent évidemment de la précision dont a fait preuve l'utilisateur dans son choix de points de contrôle du spline. Ceci dit, les paramètres de l'algorithme, soit le produit  $\alpha\Delta t$  et le coefficient  $\lambda$ , influent considérablement sur les résultats.

**Le coefficient  $\lambda$**  maîtrise la rigidité du snake. Avec une valeur trop importante, l'élastique, trop rigide, n'épousera pas le contour sinueux de la frontière de l'objet, figure (3). Inversement, choisir une valeur trop faible lui laisse trop de liberté et génère



FIG. 3 – *Snake relativement rigide ( $\lambda \sim 10$ ).*

des contorsions non souhaitées de l'élastique, figure (4).



FIG. 4 – Snake trop lâche ( $\lambda \ll 1$ ).

Le produit  $\alpha\Delta t$  représente le pas dans l'estimation de la dérivée temporelle. Donc une valeur trop importante risque d'entraîner le saut d'un ou plusieurs maxima locaux et l'algorithme, s'il converge, le fera alors vers un mauvais extremum, figure (5). Il doit donc être choisi assez petit pour permettre le maintien dans un voisinage du minimum local recherché.

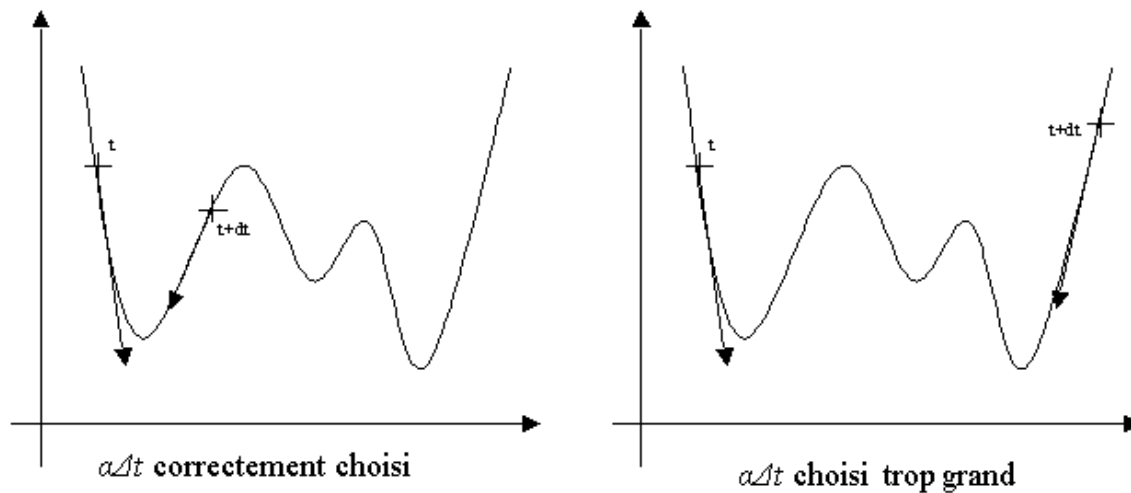


FIG. 5 – Influence du paramètre  $\alpha\Delta t$ .

### 4.3 Applications

L'algorithme décrit ici s'inscrit dans le cadre plus général de la conversion 2D-3D grâce au processus de construction d'une vue virtuelle à partir d'une seule vue réelle développé à l'INRS-Télécommunications. Une interface usager pour cet algorithme a d'ailleurs été implantée, [4], parce qu'il nécessite une intervention assez importante de l'utilisateur, ne serait-ce que pour initialiser le contour approximatif des objets. Ceci faisant l'objet d'un partenariat avec la société IMAX, je ne peux décrire ici avec la

précision souhaitée les étapes de cette construction. La figure (7) en expose cependant le résultat.



FIG. 6 – *Vue de gauche test.*



FIG. 7 – *Construction de l'image de droite à partir de la seule vue de gauche.*

Toutefois, notre algorithme de segmentation semi-automatique peut trouver sa place dans d'autres applications comme l'évaluation des performances des algorithmes de codage basé régions (autre travail effectué à l'INRS).

## Références

- [1] A.R. Mansouri, Notes non publiées, INRS-Télécommunications, 1997.
- [2] E. Trucco and A. Verri *Introductory Techniques for 3-D Computer Vision* . Prentice-Hall, Inc, 1998.
- [3] A. Mancini *Disparity Estimation and Intermediate View Reconstruction for Novel Applications in Stereoscopic Video*. Master's Thesis, McGill University, Dept. Electr. Eng., Feb 1998.
- [4] B. Morel *Guide d'utilisation et de programmation du logiciel «Construction d'une paire stéréoscopiques»*. INRS-Télécommunications, v1.0, 1998.